GIULIANA BERTI (*)

Il problema del taglio nell'elasticità ereditaria. (**)

1. – La teoria dell'elasticità ereditaria nei corpi isotropi si svolge, come è ben noto, in base alle stesse equazioni dell'elasticità ordinaria, salvo che la legge di HOOKE viene modificata nel modo seguente [$\beta(t)$ e $D\alpha(t)$ sono rispettivamente l'omografia degli sforzi interni e l'omografia di deformazione all'istante t; l ed m sono le costanti di LAMÉ; $h(t, \tau)$ e $g(t, \tau)$ sono due note funzioni continue di t e τ; il corpo si suppone allo stato naturale per $t \leqslant 0$] [1]:

$$\beta(t) = l\mathrm{I}_1[\alpha(t)] + \int_0^t h(t, \tau)\mathrm{I}_1[\alpha(\tau)]\, d\tau + 2m\mathrm{D}\alpha(t) + 2\int_0^t g(t, \tau)\mathrm{D}\alpha(\tau)\, dt \,. \tag{1}$$

In una Nota precedente [2] ho calcolato la trazione, la flessione e la torsione nell'elasticità ereditaria.

A questo scopo ho usato gli operatori L e M, determinati dai numeri l, m e dalle funzioni $h(t, \tau)$, $g(t, \tau)$ e tali che, se $f(t)$ è una funzione continua,

$$\left\{\begin{aligned} \mathrm{L}\, f(t) &= lf(t) + \int_0^t h(t, \tau) f(\tau)\, d\tau \,, \\ \mathrm{M}f(t) &= mf(t) + \int_0^t g(t, \tau) f(\tau)\, d\tau \,. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Ho studiato questi operatori in altra Nota [3], dove ho dimostrato che godono della proprietà associativa, che non sono in generale commutabili, e infine che sono operatori invertibili in un solo modo se, come avviene nei casi concreti,

---

(*) Indirizzo: Via Pizzardi 39, Bologna (Italia).

(**) Ricevuto il 24-IX-1952.

(1) V. VOLTERRA, *Leçons sur les fonctions de lignes*, Gauthier-Villars, Paris 1913; cfr. Cap. VI, § 5.

(2) G. BERTI, *Il problema di Saint-Venant nell'elasticità ereditaria*, Boll. Un. Mat. Ital. (3) **5**, 139-144 (1950).

(3) G. BERTI, *Qualche proprietà di alcuni operatori introdotti dal Volterra*, Boll. Un. Mat. Ital. (3) **4**, 279-281 (1949).

l ed m sono diversi da zero. Più avanti si invertirà anche l'operatore L + M, il che è lecito perchè anche $l + m$ si può supporre diverso da zero.

In questa Nota, usando gli operatori ora ricordati, risolvo il problema del taglio nell'elasticità ereditaria. In tale risoluzione seguo lo stesso procedimento della Nota già citata, cioè cerco di adattare al caso ereditario le formule valide per l'elasticità ordinaria.

2. - Si consideri un cilindro omogeneo di sezione S, lunghezza λ, con una sezione estrema vincolata e l'altra libera, e si ponga l'origine di un sistema di assi cartesiani ortogonali x, y, z nel baricentro della sezione vincolata, gli assi x e y secondo i suoi assi principali d'inerzia e l'asse z diretto verso l'interno del cilindro. Supporremo sollecitata solo la sezione estrema libera del cilindro da un sistema di forze equivalenti ad una forza sola, parallela alla base stessa.

Detti u, v, w le componenti sugli assi dello spostamento dei punti del cilindro dalla loro posizione naturale, cerchiamo di soddisfare al nostro problema ponendo [4]:

$$
(3) \qquad \begin{cases} u = -\dfrac{1}{2}xy[p(t) + zq(t)] + za(t)\,, \\[2mm] v = \dfrac{1}{4}(x^2 - y^2)[p(t) + zq(t)] + z\left[b(t) - \dfrac{1}{6}z^2 d(t) - \dfrac{1}{2}zc(t)\right], \\[2mm] w = yzc(t) + \left[\dfrac{1}{2}yz^2 - yx^2\right]d(t) - a(t)x - b(t)y + R(x, y, t)\,, \end{cases}
$$

dove $a(t)$ e $b(t)$, $p(t)$, $q(t)$, $c(t)$, $d(t)$ sono funzioni del tempo da determinarsi, e $R(x, y, t)$ è una funzione armonica rispetto ad x e y nulla nell'origine ad ogni istante.

Notiamo subito, dalle (3), che, come nel caso non ereditario, le condizioni di vincolo nell'origine sono verificate se è:

$$
(4) \qquad a = \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)_0, \qquad b = \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)_0.
$$

3. - Per verificare le altre equazioni del problema calcoliamo anzitutto le sei componenti dell'omografia di deformazione $D\alpha(t)$, ossia ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy},

---

[4] Cfr. C. COLONNETTI, *Principi di statica dei corpi elastici*, E. Spoerri, Pisa 1916; ved. pag. 183 e seguenti.

γ_{xz}, γ_{yz}. Si ha:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\frac{1}{2} y[p(t) + zq(t)], \qquad \varepsilon_z = y[c(t) + zd(t)], \tag{5}$$

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = 0, \quad \gamma_{xz} = -xy\left[d(t) + \frac{1}{4} q(t)\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial R}{\partial x}, \\ \gamma_{yz} = \frac{1}{8}(x^2 - y^2)q(t) - \frac{1}{2} x^2 d(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial R}{\partial y}, \\ \mathrm{I}_1[\alpha(t)] = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -y[p(t) + zq(t)] + y[c(t) + zd(t)]. \end{cases} \tag{6}$$

Ora, usando gli operatori L ed M, la (1) assume la forma

$$\beta(t) = 2\mathrm{MD}\alpha(t) + \mathrm{LI}_1[\alpha(t)]. \tag{7}$$

Quindi per le componenti σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz} di $\beta(t)$ si hanno le espressioni:

$$\sigma_x(t) = \sigma_y(t) = -y(\mathrm{M} + \mathrm{L})(p(t) + zq(t)) + y\mathrm{L}(c(t) + zd(t)), \tag{8}$$

$$\sigma_z(t) = 2y\mathrm{M}(c(t) + zd(t)) + y\mathrm{L}(c(t) + zd(t)) - y\mathrm{L}(p(t) + zq(t)), \tag{9}$$

$$\tau_{xy}(t) = 0, \tag{10}$$

$$\tau_{xz}(t) = -2xy\mathrm{M}\left(d(t) + \frac{1}{4} q(t)\right) + \mathrm{M}\frac{\partial R}{\partial x}, \tag{11}$$

$$\tau_{yz}(t) = \mathrm{M}\frac{\partial R}{\partial y} - x^2\mathrm{M}d(t) + \frac{1}{4}\mathrm{M}(x^2 - y^2)q(t). \tag{12}$$

4. – Ciò posto, verifichiamo sotto quali condizioni sono soddisfatte le condizioni alla superficie laterale del cilindro che, per ipotesi, è scarica. Detti n_1 ed n_2 i coseni direttori, rispetto agli assi x e y, della normale alla superficie in discorso, in ogni suo punto deve essere:

$$\sigma_x(t) = \sigma_y(t) = 0, \tag{13}$$ $$n_1\tau_{xz}(t) + n_2\tau_{yz}(t) = 0, \tag{14}$$

la (13) risulta verificata se è:

$$p(t) = (\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}c(t), \tag{15}$$ $$q(t) = (\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}d(t). \tag{16}$$

Sicchè le (13) sono vere in ogni punto. Affinchè sia verificata la (14) deve essere (indicando con $\frac{\partial R}{\partial n}$ la derivata di R nella direzione normale alla superficie del cilindro ossia nella direzione normale al contorno della sezione del cilindro):

$$\mathrm{M}\frac{\partial R}{\partial n} = \mathrm{M}\left[2n_1xyd(t) + n_1xy\,\frac{1}{2}\,q(t) + n_2x^2d(t) - n_2\,\frac{1}{4}\,(x^2 - y^2)q(t)\right],$$

cioè, poichè M è operatore invertibile in un solo modo,

$$\frac{\partial R}{\partial n} = 2n_1xyd(t) + n_1xy\,\frac{1}{2}\,q(t) + n_2x^2d(t) - n_2\,\frac{1}{4}\,(x^2 - y^2)q(t)\,,$$

ed ancora, per la (16),

$$\frac{\partial R}{\partial n} = 2n_1xyd(t) + n_1\,\frac{1}{2}\,xy(\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}d(t) + \\ + n_2x^2d(t) - n_2\,\frac{1}{4}\,(x^2 - y^2)(\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}d(t)\,. \tag{17}$$

Questa condizione determina, fissata, come vedremo più innanzi, $d(t)$, in ogni istante $R(x, y, t)$ a meno di una funzione di t che può determinarsi in modo che sia sempre $R(x, y, t)$ nulla nell'origine.

5. – Passiamo ora a verificare le equazioni indefinite dell'equilibrio. Osserviamo intanto che dalle (15), (16) si ha

$$\sigma_z(t) = 2y\mathrm{M}[c(t) + zd(t)] + y\mathrm{L}[c(t) + zd(t)] - \\ - y\mathrm{L}[(\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}c(t) + z(\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}d(t)]$$

e anche

$$\sigma_z(t) = [2y\mathrm{M} + y\mathrm{L} - y\mathrm{L}(\mathrm{M} + \mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}](c(t) + zd(t))\,. \tag{18}$$

Ora si verifica subito, ricordando anche (15) e (16), che è:

$$\frac{\partial \sigma_x(t)}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}(t)}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}(t)}{\partial z} = 0\,,$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}(t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y(t)}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}(t)}{\partial z} = 0\,.$$

Si ha poi:

$$\frac{\partial\tau_{xz}(t)}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}(t)}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z(t)}{\partial z}=-2y\mathrm{M}\left[d(t)+\frac{1}{4}q(t)\right]+$$
$$+\mathrm{M}\frac{\partial^2 R}{\partial x^2}+\mathrm{M}\frac{\partial^2 R}{\partial y^2}-\frac{1}{2}y\mathrm{M}q(t)+2y\mathrm{M}d(t)+y[\mathrm{L}-\mathrm{L}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}]d(t),$$

ossia, tenendo presente (15) e (16),

$$\frac{\partial\tau_{xz}(t)}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}(t)}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z(t)}{\partial z}=\mathrm{M}\left(\frac{\partial^2 R}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 R}{\partial y^2}\right)+[-\mathrm{M}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}+\mathrm{L}-\mathrm{L}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}]yd(t),$$

dove il primo termine del secondo membro è nullo perchè R è armonica rispetto ad x e y. Si ha poi:

$$[-\mathrm{M}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}+\mathrm{L}-\mathrm{L}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}]yd(t)=[\mathrm{L}-(\mathrm{M}+\mathrm{L})(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}]yd(t)=0,$$

perciò anche la terza equazione indefinita dell'equilibrio è soddisfatta.

6. – Passiamo allo studio delle condizioni sulla base libera di equazione $z=\lambda$. Affinchè le forze siano tutte tangenziali a questa sezione in modo da essere equivalenti ad una forza sola, deve essere $\sigma_z=0$ per $z=\lambda$; quindi dalla (18) segue $c(t)+\lambda d(t)=0$, da cui

$$d(t)=-\frac{c(t)}{\lambda}\,. \tag{19}$$

Si ha allora dalle (11), (12) e (16), per le componenti degli sforzi lungo la base

$$\tau_{xz}(t)=-2xy\mathrm{M}\left[-\frac{c(t)}{\lambda}-\frac{(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}c(t)}{4\lambda}\right]+\mathrm{M}\frac{\partial R}{\partial x},$$

$$\tau_{yz}(t)=\mathrm{M}\frac{\partial R}{\partial y}+x^2\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda}-\frac{x^2-y^2}{4}\mathrm{M}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}\frac{c(t)}{\lambda}\,.$$

Il risultante $\boldsymbol{\tau}$ delle forze agenti sulla base di equazione $z=\lambda$ vale quindi (indicando con S l'area della base):

$$\boldsymbol{\tau}=-2\mathrm{M}\left[-\frac{c(t)}{\lambda}-\frac{(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}}{4}\frac{c(t)}{\lambda}\right]\int_S xy\,\mathrm{d}S\cdot\boldsymbol{i}+\mathrm{M}\int_S\frac{\partial R}{\partial x}\mathrm{d}S\cdot\boldsymbol{i}+ \tag{20}$$
$$+\mathrm{M}\int_S\frac{\partial R}{\partial y}\mathrm{d}S\cdot\boldsymbol{j}+\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda}\int_S x^2\,\mathrm{d}S\cdot\boldsymbol{j}-\frac{1}{4}\mathrm{M}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}\frac{c(t)}{\lambda}\int_S(x^2-y^2)\,\mathrm{d}S\cdot\boldsymbol{j},$$

dove per la scelta degli assi risulta, anzitutto, nullo il primo integrale a secondo membro.

Indicando poi con s il contorno di S, è:

$$\mathrm{M}\int_S \frac{\partial R}{\partial x}\,\mathrm{d}S = \mathrm{M}\int_S \operatorname{grad} R\times \boldsymbol{i}\,\mathrm{d}S = \mathrm{M}\int_S \operatorname{grad} R\times \operatorname{grad} x\,\mathrm{d}S =$$

$$= \mathrm{M}\int_S [\operatorname{div}(x \operatorname{grad} R) - x \operatorname{div}\operatorname{grad} R]\,\mathrm{d}S = \mathrm{M}\int_S \operatorname{div}(x\operatorname{grad} R)\,\mathrm{d}S =$$

$$= \mathrm{M}\int_s x \operatorname{grad} R\times \boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \mathrm{M}\int_s \frac{\partial R}{\partial n}\,x\,\mathrm{d}s\,.$$

E per la (17), tenendo conto anche della (19), dopo semplici passaggi, si ha:

$$\mathrm{M}\int_s \frac{\partial R}{\partial n}\,x\,\mathrm{d}s = -2\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda}\int_s n_1x^2y\,\mathrm{d}s - \frac{\mathrm{M}}{2\lambda}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}c(t)\int_s n_1x^2y\,\mathrm{d}s -$$

$$-\frac{\mathrm{M}c(t)}{\lambda}\int_s n_2x^3\,\mathrm{d}s + \frac{1}{4\lambda}\mathrm{M}(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}c(t)\int_s n_2(x^3-xy^2)\,\mathrm{d}s\,.$$

Ma è:

$$\int_s n_1x^2y\,\mathrm{d}s = \int_s x^2y\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \int_S \operatorname{div}(x^2y\boldsymbol{i})\,\mathrm{d}S = 2\int_S xy\,\mathrm{d}S = 0\,,$$

$$\int_s n_2x^3\,\mathrm{d}s = \int_s x^3\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \int_S \operatorname{div}(x^3\boldsymbol{j})\,\mathrm{d}S = \int_S \frac{\partial x^3}{\partial y}\,\mathrm{d}S = 0\,,$$

$$\int_s n_2xy^2\,\mathrm{d}s = \int_s xy^2\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \int_S \operatorname{div}(xy^2\boldsymbol{j})\,\mathrm{d}S = 2\int_S xy\,\mathrm{d}S = 0\,.$$

Perciò anche il secondo integrale a secondo membro di (20) è nullo. Quindi $\boldsymbol{\tau}$ è, per la (20), un vettore parallelo all'asse delle y.

7. – Cerco ora di determinare $c(t)$ in funzione di τ, componente di $\boldsymbol{\tau}$ lungo l'asse y, che si suppone assegnata. A questo scopo noto che è:

$$\mathrm{M}\int_S \frac{\partial R}{\partial y}\,\mathrm{d}S = \mathrm{M}\int_S \operatorname{grad} R\times\operatorname{grad} y\,\mathrm{d}S = \mathrm{M}\int_S \operatorname{div}(y\operatorname{grad} R)\,\mathrm{d}S =$$

$$= \mathrm{M}\int_s y\operatorname{grad} R\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = = \mathrm{M}\int_s y\,\frac{\partial R}{\partial n}\,\mathrm{d}s\,.$$

E per la (17), tenendo conto anche della (19), si ottiene:

$$\mathrm{M}\int_S y\frac{\partial R}{\partial y}\,\mathrm{d}S = -\frac{2\mathrm{M}}{\lambda}c(t)\int_s n_1 xy^2\,\mathrm{d}s - \frac{\mathrm{M(M+L)^{-1}L}}{2\lambda}c(t)\int_s n_1 xy^2\,\mathrm{d}s -$$

$$-\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda}\int_s n_2 x^2 y\,\mathrm{d}s + \frac{\mathrm{M(M+L)^{-1}L}}{4\lambda}c(t)\int_s n_2(yx^2 - y^3)\,\mathrm{d}s\,.$$

Ma è:

$$\int_s n_1 xy^2\,\mathrm{d}s = \int_s xy^2\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \int_S \mathrm{div}\,(xy^2\boldsymbol{i})\,\mathrm{d}S = \int_S y^2\,\mathrm{d}S\,,$$

$$\int_s n_2 x^2 y\,\mathrm{d}s = \int_s x^2y\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \int_S \mathrm{div}\,(x^2y\boldsymbol{j})\,\mathrm{d}S = \int_S x^2\,\mathrm{d}S\,,$$

$$\int_s n_2 y^3\,\mathrm{d}s = \int_s y^3\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s = \int_S \mathrm{div}\,(y^3\boldsymbol{j})\,\mathrm{d}S = 3\int_S y^2\,\mathrm{d}S\,.$$

Posto allora:

$$\mathcal{J} = \int_S y^2\,\mathrm{d}S\,,\qquad \mathcal{J}' = \int_S x^2\,\mathrm{d}S\,,$$

dove $\mathcal{J}$ e $\mathcal{J}'$ sono i momenti di inerzia di S rispetto ad x e y, si ha:

$$\mathrm{M}\int_S \frac{\partial R}{\partial y}\,\mathrm{d}S = \mathcal{J}\left[-2\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda} - \frac{5}{4}\frac{\mathrm{M(M+L)^{-1}L}}{\lambda}c(t)\right] +$$

$$+\mathcal{J}'\left[-\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda} + \frac{\mathrm{M(M+L)^{-1}L}}{4\lambda}c(t)\right].$$

Sostituendo questa relazione nella (20), per la componente di $\boldsymbol{\tau}(t)$ lungo y s'ottiene:

$$\text{(21)}\quad \tau(t) = \left[-2\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda} - \frac{5}{4}\frac{\mathrm{M(M+L)^{-1}L}}{\lambda}c(t)\right]\mathcal{J} + \left[-\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda} + \frac{\mathrm{M(M+L)^{-1}L}}{4\lambda}c(t)\right]\mathcal{J}' +$$

$$+\mathrm{M}\frac{c(t)}{\lambda}\mathcal{J}' - \frac{1}{4}\mathrm{M(M+L)^{-1}L}\frac{c(t)}{\lambda}(\mathcal{J}' - \mathcal{J}) = [-2\mathrm{M} - \mathrm{M(M+L)^{-1}L}]\frac{c(t)}{\lambda}\mathcal{J} =$$

$$= [-2\mathrm{M} - \mathrm{(M+L)(M+L)^{-1}L} + \mathrm{L(M+L)^{-1}L}]\frac{c(t)}{\lambda}\mathcal{J} =$$

$$= [-2\mathrm{M} - \mathrm{L} + \mathrm{L(M+L)^{-1}L}]\frac{c(t)}{\lambda}\mathcal{J}\,.$$

Nell'ultimo membro l'operatore entro parentesi col segno cambiato corrisponde, come si è visto nella prima delle mie Note qui citata, all'operatore E che si riduce al modulo di elasticità nel caso non ereditario. Si ha così:

$$c(t) = -\frac{\lambda \mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t)\,. \tag{22}$$

8. – In base ai risultati ottenuti le componenti dello spostamento date da (3) assumono la forma [la R essendo definita da (17) e dalle condizioni di essere armonica e nulla nell'origine]:

$$u = \frac{xy}{2}\left[\frac{\lambda(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}\mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t) - z\,\frac{(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}\mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t)\right] + z\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)_0,$$

$$v = -\frac{x^2-y^2}{4}\left[\frac{\lambda(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}\mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t) - z\,\frac{(\mathrm{M}+\mathrm{L})^{-1}\mathrm{L}\mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t)\right] +$$

$$+ z\left[\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)_0 - \frac{z^2}{6}\,\frac{\mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t) + \frac{z}{2}\,\lambda\,\frac{\mathrm{E}^{-1}}{\mathcal{J}}\,\tau(t)\right],$$

$$w = -yz\lambda\,\frac{\mathrm{E}^{-1}}{y}\,\tau(t) + \left[\frac{yz^2}{2} - yz^2\right]\frac{\mathrm{E}^{-1}\tau(t)}{\mathcal{J}} - \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)_0 x - \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)_0 y + R(x, y, t)\,.$$

Questi valori delle componenti dello spostamento risolvono il problema del taglio nell'elasticità ereditaria, perchè corrispondono a deformazioni in un cilindro con una base vincolata e l'altra soggetta a forze equivalenti ad una forza parallela alla base.

È bene notare che la linea d'azione di questa forza è, in generale, incognita perchè tale è la R.