

M. BRAMANTI e M. CALAMIA (*)

Un possibile metodo per analizzare il comportamento di una linea di compressione « disadattata ». (**)

1. - Introduzione.

Uno dei problemi più interessanti che in questi ultimi tempi si è presentato nella tecnica dei radar e delle telecomunicazioni è il problema della « compressione di impulso ». In senso lato, si dice che si opera una « compressione di impulso » ogni volta che si passa da un segnale di durata T e ampiezza A ad un segnale di durata hT e ampiezza kA ($h < 1$, $k > 1$), quando si passa cioè da un impulso ad uno più breve e di ampiezza maggiore. Al sistema che è capace di modificare in tale maniera il segnale si dà il nome di rete di compressione.

Affinchè la compressione possa eseguirsi, due sono le condizioni che debbono essere soddisfatte:

a) il segnale di partenza $\varepsilon_i(t)$ deve essere adatto ad essere compresso; ciò vuol significare che, posto $E_i(\omega) = \mathcal{F}[\varepsilon_i(t)]$, sia $\arg E_i(\omega) = A_0 + A_1\omega + F(\omega)$ con A_0 e A_1 costanti (eventualmente nulle) e $F(\omega)$ funzione effettiva non lineare di ω ;

b) la rete in cui si invia il segnale deve avere una risposta in frequenza $W(\omega)$, tale che sia

$$|W(\omega)| = \text{cost}, \quad \arg W(\omega) = -F(\omega).$$

(*) Indirizzi: Ing. MAURO BRAMANTI, Centro di Studio per l'Elettronica e le Telecomunicazioni del C. N. R. e Istituto di Matematiche Applicate, Università, Pisa, Italia; Ing. MARIO CALAMIA, Istituto di Elettronica e Centro di Studi per l'Elettronica e le Telecomunicazioni del C. N. R., Pisa, Italia.

(**) Ricevuto: 21-V-1967.

Per comprendere il meccanismo della compressione, è conveniente considerare due impulsi che hanno spettri di ampiezza identici.

Uno abbia una dispersione di fase [$F(\omega) \neq 0$], l'altro no [$F(\omega) = 0$]; si vuole confrontare la durata dei due impulsi.

L'assenza della dispersione di fase [cioè l'essere $F(\omega) = 0$] significa che in un certo istante, determinato dal valore di A_1 , tutte le componenti di frequenza hanno la stessa fase. Quando tutte le componenti sono in fase, l'ampiezza dell'involuppo, dato in generale dalla loro somma vettoriale, è pari alla somma aritmetica delle componenti ed ha il valore più elevato possibile.

In presenza di una dispersione di fase va tenuto conto delle fasi delle singole componenti, per cui la loro somma vettoriale è certamente minore di quella aritmetica.

D'altra parte la rete, cancellando la dispersione di fase, non altera il contenuto energetico di due impulsi, avendo questi lo stesso spettro (teorema di PARSEVAL) e pertanto, avendo un impulso ampiezza maggiore, dovrà persistere per un tempo minore.

Da un punto di vista strettamente teorico, quindi, solo la funzione impulsiva o «funzione di DIRAC» $A \delta(t)$ ($A = \text{cost.}$) è tale da non potersi ulteriormente comprimere; è infatti:

$$\mathcal{F}[A \delta(t)] = A = \text{cost.}$$

In pratica si cerca di operare la compressione su segnali $\varepsilon_i(t)$ facili da generarsi, e tali che la rispettiva $F(\omega)$ sia compensabile con reti di compressione non eccessivamente complicate.

2. - Nell'attuale tecnica radar il segnale su cui si opera la compressione, nel senso ora precisato, è il segnale « chirp »; esso è esprimibile, in forma complessa, come

$$(2.1) \quad \varepsilon_i(t) = \text{rect}(t/T) \exp j(\omega_0 t \pm \pi K t^2),$$

dove

$$\text{rect}(t/T) = \begin{cases} 0 & \text{per } |t| > T/2 \\ 1 & \text{per } |t| < T/2. \end{cases}$$

Esso è cioè un segnale di durata T , caratterizzato da un andamento nel tempo sinusoidale e frequenza linearmente variabile intorno al valore $\omega_0/(2\pi)$

con gradiente temporale $\pm K$. La trasformata di FOURIER della (2.1) è

$$(2.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}[\varepsilon_i(t)] = E_i(\omega) = \sqrt{T/\Delta} \exp \left[\mp j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] \cdot \\ \cdot \{C(u_2) - C(u_1) \pm j[S(u_2) - S(u_1)]\} = \sqrt{T/\Delta} M \exp j(\varphi_1 + \varphi_2), \end{array} \right.$$

dove

$$C(u) + j S(u) = \int_0^u \exp(j \pi \alpha^2/2) d\alpha,$$

$$u_1 = -\sqrt{\frac{T\Delta}{2}} \mp \frac{\omega - \omega_0}{\pi} \sqrt{\frac{T}{2\Delta}}, \quad u_2 = \sqrt{\frac{T\Delta}{2}} \mp \frac{\omega - \omega_0}{\pi} \sqrt{\frac{T}{2\Delta}},$$

$$\Delta = KT, \quad M = |C(u_2) - C(u_1) \pm j[S(u_2) - S(u_1)]|,$$

$$\varphi_1 = \mp \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K}, \quad \varphi_2 = \arg \{C(u_2) - C(u_1) \pm j[S(u_2) - S(u_1)]\}.$$

Particolare interesse riveste il fatto che per $D = T\Delta > 5$ è

$$(2.3) \quad |E_i(\omega)| \cong 0 \quad \text{per} \quad |\omega - \omega_0| > \pi\Delta.$$

Più precisamente uno studio numerico ha dimostrato (cfr. [1], [2]) che per $D = 5$ l'energia del segnale contenuta nell'intervallo $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$ è circa il 92% di quella totale; per $D = 10$ tale valore sale al 95% e per $D = 100$ si raggiunge il valore del 98 ÷ 99%.

Si può risolvere il problema della compressione inviando il segnale in una rete equalizzatrice dotata di risposta in frequenza $W(\omega)$ del tipo

$$(2.4) \quad W(\omega) = A \exp j \left[\pm \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} - \varphi_2(\omega) \right] \quad (A = \text{cost}).$$

Dalle considerazioni fatte discende però immediatamente che la risposta della rete equalizzatrice al segnale (2.1) non cambia sostanzialmente se si invia il segnale in una rete di risposta $W(\omega)$ espressa dalla (2.4) sull'intervallo $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$ e risposta qualunque al di fuori di esso.

Nelle pratiche applicazioni si omette di compensare il termine $\varphi_2(\omega)$ in quanto risulta praticamente costante nell'intervallo $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$, e ci si limita ad equalizzare $\varphi_1(\omega)$. In conclusione nella tecnica dei radar chirp il pro-

blema principale è trovare una rete sfasatrice con risposta in frequenza

$$(2.5) \quad W(\omega) = A \exp j \left[\pm \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right]$$

sull'intervallo significativo $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$ del segnale $\varepsilon_i(t)$ impiegato; la risposta della rete al di fuori di tale intervallo può essere qualunque purchè naturalmente soddisfi alle condizioni di fisica realizzabilità.

3. - Si è così definito il segnale da comprimere e la risposta in frequenza richiesta alla rete.

Le reti che in pratica si riesce a realizzare hanno una risposta in ω che si discosta inevitabilmente in maniera più o meno sensibile dalla (2.5).

Mentre il segnale di uscita da una rete espressa dalla (2.5) è già stato calcolato [1], ci si propone di far vedere come soddisfare alle condizioni del problema con risposte di tipo particolare, ma notevolmente diverse da quella espressa dalla (2.5); a tali reti si darà genericamente il nome di «reti disadattate al segnale». Senza alterare la generalità del problema, si può supporre nella (2.5) $A = 1$.

I) Poniamo che la risposta in frequenza della rete equalizzatrice sia, sull'intervallo di interesse,

$$(3.1) \quad W(\omega) = \exp j \left[\pm \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K'} \right];$$

essa abbia cioè una risposta in fase quadratica ma con coefficiente diverso da quello richiesto dal segnale.

Indicando con $E_u(\omega)$ la trasformata di FOURIER del segnale di uscita, si ha

$$(3.2) \quad E_u(\omega) = E_i(\omega) \cdot W(\omega),$$

ossia, antitrasformando,

$$(3.3) \quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_u(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_i(\omega) \cdot W(\omega) e^{j\omega t} d\omega \cong \\ &\cong \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \pi\Delta}^{\omega_0 + \pi\Delta} E_i(\omega) \cdot W(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_i(\tau) Y(t - \tau) d\tau; \end{aligned} \right.$$

nella (3.3) si è indicato con $Y(t)$ la antitrasformata di una funzione espressa dalla (3.1) per tutti gli ω ($-\infty < \omega < +\infty$).

Tale prolungamento, data la particolare natura della funzione $E_i(\omega)$, mentre non modifica il segnale di uscita, ne permette un comodo calcolo. È [3]

$$(3.4) \quad Y(t) = \sqrt{\pm jK'} \exp j(\omega_0 t \mp \pi K' t^2).$$

La (3.3) diviene quindi

$$(3.5) \quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_u(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\pm jK'} \exp j[\omega_0(t-\tau) \mp \pi K'(t-\tau)^2] \cdot \text{rect}(\tau/T) \cdot \\ &\quad \cdot \exp j(\omega_0 \tau \pm \pi K \tau^2) d\tau = \\ &= \sqrt{\pm jK'} \exp j(\omega_0 t \mp \pi K' t^2) \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp \left\{ \pm 2\pi j \left[\frac{1}{2}(K - K')\tau^2 + K't\tau \right] \right\} d\tau. \end{aligned} \right.$$

Se $K = K'$, eseguendo l'integrazione elementare a cui dà luogo la (3.5) si ottiene

$$(3.6) \quad \varepsilon_u(t) = \sqrt{\pm jD} \frac{\text{sen}(\pi \Delta t)}{\pi \Delta t} \exp j(\omega_0 \mp \pi K t^2).$$

Se $K \neq K'$, distinguiamo i seguenti casi:

a) $K > K'$: manipolando in maniera opportuna la (3.5) si ottiene

$$(3.7) \quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_u(t) &= \sqrt{\pm jK'} \exp j(\omega_0 t \mp \pi K' t^2) \exp \left[\mp j \frac{\pi K'^2 t^2}{K - K'} \right] \cdot \\ &\quad \cdot (1/\sqrt{2(K - K')}) \{ C(u_2) - C(u_1) \pm j[S(u_2) - S(u_1)] \}, \end{aligned} \right.$$

dove

$$(3.8) \quad \left\{ \begin{aligned} u_1 &= \frac{\sqrt{2} K' t}{\sqrt{K - K'}} - \frac{T}{2} \sqrt{K - K'} \cong \sqrt{\frac{2D}{R} \frac{t}{T}} - \sqrt{\frac{RD}{2}} \\ u_2 &= \frac{\sqrt{2} K' t}{\sqrt{K - K'}} + \frac{T}{2} \sqrt{K - K'} \cong \sqrt{\frac{2D}{R} \frac{t}{T}} + \sqrt{\frac{RD}{2}}, \end{aligned} \right.$$

e si è posto

$$(3.9) \quad R = (K - K')/K.$$

b) $K < K'$: dalla (3.5), dopo le solite manipolazioni algebriche, si ottiene

$$(3.10) \quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_u(t) &= \sqrt{\pm jK'} \exp j(\omega_0 t \mp \pi K' t^2) \exp \left[\pm j \frac{\pi K'^2 t^2}{K' - K} \right] \cdot \\ &\cdot (1/\sqrt{2(K' - K)}) \{C(u_2) - C(u_1) \mp j[S(u_2) - S(u_1)]\}, \end{aligned} \right.$$

dove

$$(3.11) \quad \left\{ \begin{aligned} u_1 &= -\frac{\sqrt{2} K' t}{\sqrt{K' - K}} - \frac{T}{\sqrt{2}} \sqrt{K' - K} \cong -\sqrt{-\frac{2D}{R} \frac{t}{T}} - \sqrt{-\frac{RD}{2}} \\ u_2 &= -\frac{\sqrt{2} K' t}{\sqrt{K' - K}} + \frac{T}{\sqrt{2}} \sqrt{K' - K} \cong -\sqrt{-\frac{2D}{R} \frac{t}{T}} + \sqrt{-\frac{RD}{2}}. \end{aligned} \right.$$

Per quanto si riferisce all'inviluppo del segnale di uscita si ha quindi:

$$(3.12) \quad |\varepsilon_u(t)| = \sqrt{D} \left| \frac{\text{sen}(\pi D t/T)}{\pi D t/T} \right| \quad \text{per } K = K',$$

$$(3.13) \quad |\varepsilon_u(t)| = (1/\sqrt{2|R|}) |Z(u_2) - Z(u_1)| \quad \text{per } K \neq K',$$

dove è

$$Z(u) = \int_0^u \exp(j\pi u^2/2) du,$$

e u_1 e u_2 sono espressi, a secondo che sia $K \geq K'$, rispettivamente dalle (3.8) e (3.11).

II) Consideriamo ora il caso in cui la risposta in frequenza della rete equalizzatrice sia del tipo

$$(3.14) \quad W(\omega) = A(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right]$$

per $\omega_0 - \pi\Delta < \omega < \omega_0 + \pi\Delta$, con $A(\omega)$ risposta in ampiezza della rete.

Supponiamo, più in particolare, che la $A(\omega)$ sia tale da potersi porre, sull'intervallo predetto, nella forma

$$(3.15) \quad A(\omega) = \sum_0^n A_r (\omega - \omega_0)^r,$$

A_r essendo delle opportune costanti.

Per il segnale di uscita si ha, ora,

$$E_u(\omega) = E_i(\omega) A(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right],$$

ossia

$$(3.16) \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_u(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \pi\Delta}^{\omega_0 + \pi\Delta} E_i(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] \sum_0^n A_r (\omega - \omega_0)^r e^{j\omega t} d\omega = \\ &= \sum_0^n \frac{A_r}{2\pi j^r} \int_{\omega_0 - \pi\Delta}^{\omega_0 + \pi\Delta} j^r E_i(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] (\omega - \omega_0)^r e^{j\omega t} d\omega. \end{aligned} \right.$$

In base alla (3.6), è :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \pi\Delta}^{\omega_0 + \pi\Delta} E_i(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] e^{j\omega t} d\omega = \sqrt{\pm jD} \frac{\text{sen}(\pi \Delta t)}{\pi \Delta t} \exp j(\omega_0 t \mp \pi K t^2);$$

moltiplicando primo e secondo membro per $e^{-j\omega_0 t}$ e derivando primo e secondo membro r volte rispetto a t , si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{d^r}{dt^r} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \pi\Delta}^{\omega_0 + \pi\Delta} E_i(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] e^{j(\omega - \omega_0) t} d\omega \right\} = \\ = \frac{d^r}{dt^r} \left\{ \sqrt{\pm jD} \frac{\text{sen}(\pi \Delta t)}{\pi \Delta t} \exp(\mp j \pi K t^2) \right\}, \end{aligned}$$

da cui

$$(3.17) \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 + -\pi\Delta}^{\omega_0 + \pi\Delta} j^r (\omega - \omega_0)^r E_i(\omega) \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] e^{j\omega t} d\omega = \\ = e^{j\omega_0 t} \frac{d^r}{dt^r} \left\{ \sqrt{\pm jD} \frac{\text{sen}(\pi \Delta t)}{\pi \Delta t} \exp(\mp \pi K t^2) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Per la (3.17) la (3.16) diviene quindi

$$(3.18) \quad \varepsilon_u(t) = \sum_0^n \frac{A_r}{j^r} e^{j\omega_0 t} \frac{d^r}{dt^r} \left\{ \sqrt{\pm jD} \frac{\text{sen}(\pi \Delta t)}{\pi \Delta t} \exp(\mp \pi K t^2) \right\}.$$

III) Supponiamo che la risposta in frequenza della rete equalizzatrice, sull'intervallo $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$, sia ora esprimibile come

$$(3.19) \quad W(\omega) = \exp \left[\pm j \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] \exp[j\varphi(\omega)].$$

La rete abbia cioè una risposta in ampiezza costante (uguale ad uno nel caso presente) e una risposta in fase costituita da un termine quadratico in ω più un altro termine generico $(\varphi(\omega))$. Al fine di esprimere nella forma più generale possibile il segnale di uscita da una tale rete, supponiamo di prolungare per periodicità la funzione $\varphi(\omega)$ al di fuori dell'intervallo di interesse $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$: dato il particolare andamento della funzione $E_i(\omega)$, già discusso, tale prolungamento, mentre costituisce un comodo espediente di calcolo, non altera il segnale di uscita cercato.

Con ciò la $\varphi(\omega)$ è esprimibile nella forma:

$$(3.20) \quad \varphi(\omega) = a_0 (\omega - \omega_0) + \sum_1^{\infty} a_m \text{sen}[m c (\omega - \omega_0) + \gamma_m],$$

con $c = 1/\Delta$, a_m e γ_m costanti.

In questo caso il segnale di uscita della rete di esame è:

$$(3.21) \quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_u(t) &= \frac{\exp(-j a_0 \omega_0)}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_i(\omega) \exp \left[\pm \frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\pi K} \right] \cdot \\ &\cdot \prod_{m=1}^{\infty} \left\{ J_0(a_m) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(a_m) \left\{ \exp[jk(m c (\omega - \omega_0) + \gamma_m)] + \right. \right. \\ &\left. \left. + (-1)^k \exp[-jk(m c (\omega - \omega_0) + \gamma_m)] \right\} \right\} e^{j\omega t} d\omega, \end{aligned} \right.$$

dove è stato fatto uso della seguente identità [4]:

$$(3.22) \quad \exp(j z \text{sen} \theta) = J_0(z) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(z) [\exp(j k \theta) + (-1)^k \exp(-j k \theta)].$$

Se sviluppiamo la (3.21) si trova, a meno del fattore $\exp(-j a_0 \omega_0)$, la successione dei termini

$$\begin{aligned} \varepsilon_2(t + a_0) J_0(a_m) & \quad (m = 1, 2, \dots), \\ \varepsilon_2(t + a_0 + k m c) J_k(a_m) & \quad (m, k = 1, 2, \dots), \\ \varepsilon_2(t + a_0 - k m c) (-1)^k J_k(a_m) & \quad (m, k = 1, 2, \dots), \end{aligned}$$

avendo posto

$$\varepsilon_2(t) = \sqrt{\pm jD} \frac{\text{sen}(\pi \Delta t)}{\pi \Delta t} \exp j(\omega_0 \mp \pi K t^2).$$

Tale successione è cioè composta, per ogni valore dell'indice m , da un segnale centrale $\varepsilon_2(t + a_0) J_0(a_m)$ e da una doppia infinità di termini, simmetricamente disposti, a distanze multiple di c , rispetto al segnale principale.

Il segnale di uscita si otterrà da tale successione combinandone i termini secondo quanto indicato dalla (3.21).

4. - Esempi di applicazione delle formule ricavate.

a) Come si è visto, la (3.13) fornisce l'involuppo del segnale di uscita da una rete dotata di un « disadattamento quadratico », intendendo con ciò una

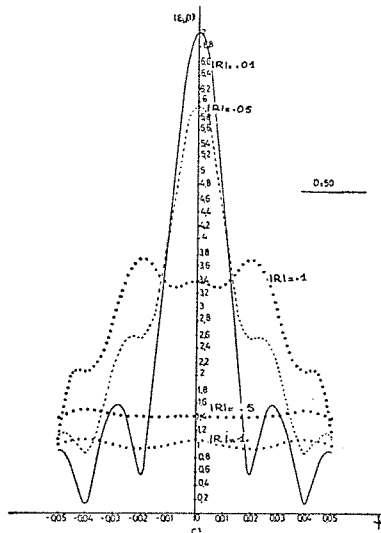


Figura 1

rete con risposta in ampiezza costante, risposta in fase quadratica in ω , ma coefficiente diverso da quello richiesto dal segnale (2.1). L'andamento di tale

funzione ⁽¹⁾ è riportato in Figura 1 in funzione della ascissa temporale normalizzata t/T per $D = 50$ e alcuni valori di $|R|$. L'esame di tali curve si presenta estremamente interessante, permettendo di trarre conclusioni, assolutamente imprevedibili a priori, utili nei processi di sintesi e di analisi delle reti equalizzatrici.

Si potrebbe vedere che un disadattamento quadratico della rete al segnale distorce l'involuppo del segnale di uscita tanto più quanto più elevato è il para-

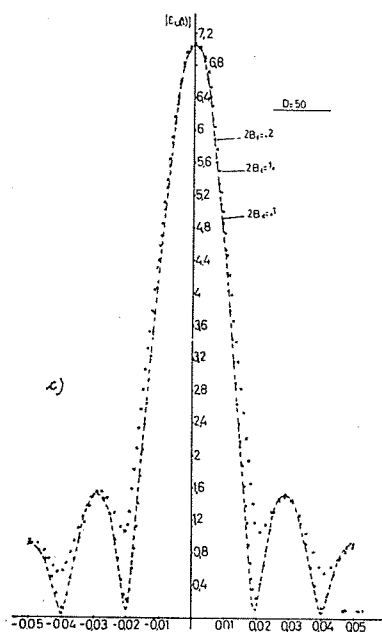


Figura 2

metro D ; più precisamente, per conservare un certo involuppo di esso, per un aumento di D secondo un fattore m , si richiede una riduzione del coefficiente R secondo lo stesso fattore.

b) Allo scopo di valutare gli effetti di una caratteristica di ampiezza non costante, supponiamo che, sull'intervallo $(\omega_0 - \pi\Delta \div \omega_0 + \pi\Delta)$, sia

$$(4.1) \quad A(\omega) = A_0 + A_1 (\omega - \omega_0).$$

In tale ipotesi, per la (3.18) si ottiene, per il modulo del segnale di uscita,

⁽¹⁾ Questo grafico e tutti gli altri qui riportati sono stati ottenuti facendo uso del «calcolatore IBM 7090» del Centro Nazionale Universitario di Calcolo in Pisa.

l'espressione

$$(4.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} |\varepsilon_u(t)| = A_0 \sqrt{D} \left| \frac{\text{sen}(\pi D t/T)}{\pi D(t/T)} [1 \mp 2B_1 t/T] - \right. \\ \left. - j \frac{B_1}{\pi D t/T} \left[\cos(\pi D t/T) - \frac{\text{sen}(\pi D t/T)}{\pi D t/T} \right] \right|, \end{array} \right.$$

essendo $B_1 = \pi \Delta A_1/A_0$.

La (4.2) è stata riportata in Figura 2, per $A_0 = 1$, in funzione di t/T , per vari valori di $2B_1$, avendo assunto D come parametro.

c) Allo scopo di mostrare una possibile applicazione della (3.22), esaminiamo il caso in cui la (3.20) possa porsi nella forma

$$(4.3) \quad \varphi(\omega) = a_1 \text{sen}[(\omega - \omega_0)/\Delta].$$

Ci si pone cioè nel caso in cui sia $a_0 = 0$, $a_2 = a_3 = \dots = 0$. Su a_1 facciamo l'ipotesi che sia

$$a_1 \leq 0.4 \text{ rad};$$

nelle condizioni specificate è lecito porre:

$$J_0(a_1) = 1, \quad J_1(a_1) = \frac{1}{2} a_1, \quad J_k(a_1) = 0 \quad \text{per} \quad k > 1.$$

Conseguentemente, dalla (3.22) si ottiene:

$$(4.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} |\varepsilon_u(t)| = \sqrt{D\Omega} \quad \text{con} \quad \Omega = \left\{ \frac{\text{sen}(\pi D t/T)}{\pi D t/T} + \right. \\ \left. + \frac{a_1}{2} \left[\frac{\text{sen}\{\pi D[(t/T) + (1/D)]\}}{\pi D[(t/T) + (1/D)]} - \frac{\text{sen}\{\pi D[(t/T) - (1/D)]\}}{\pi D[(t/T) - (1/D)]} \right] \cdot \cos\{\pi[(1/D) + (2t/T)]\} \right\}^2 + \\ \left. + \frac{a_1}{2} \left[\frac{\text{sen}\{\pi D[(t/T) + (1/D)]\}}{\pi D[(t/T) + (1/D)]} - \frac{\text{sen}\{\pi D[(t/T) - (1/D)]\}}{\pi D[(t/T) - (1/D)]} \right] \cdot \text{sen}\{\pi[(1/D) + (2t/T)]\} \right\}^2. \end{array} \right.$$

In Figura 3, è riportato l'andamento della (4.4) in funzione di t/T per vari

valori di

$$(4.5) \quad R_a = 4a_1/(\pi D),$$

avendo assunto al solito D come parametro. R_a è il rapporto tra l'ampiezza del termine

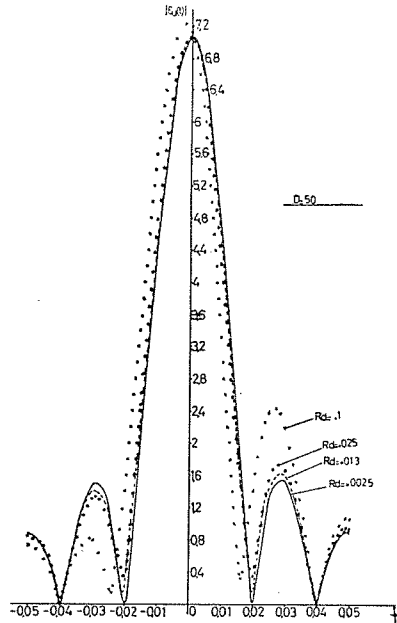


Figura 3

sinoidale distortente, a_1 , ora preso in considerazione, è il valore che il termine di fase « adattato al segnale » assume agli estremi di banda.

Bibliografia.

- [1] J. R. KLAUDER, A. C. PRICE, S. DARLINGTON, W. J. ALBERSHEIN, *The Theory and Design of Chirp Radars*, Bell System Tech. J. 7 (1960), 715-808.
- [2] M. BRAMANTI e M. CALAMIA, *Sulla possibilità di impiegare una guida d'onda come linea di compressione nel demodulatore di Darlington*, Atti Istituto Elettronica Univ. Pisa (1965), pubbl. n. 5.
- [3] G. A. CAMPBELL and R. M. FOSTER, *Fourier integrals for practical application*, Bell Telephone Laboratories, Tech. Publications, New York 1931.
- [4] A. ANGOT, *Compléments de mathématiques*, Editions de la Revue d'Optique, Paris 1957.

S u m m a r y .

In this paper the very interesting problem of pulse compression by the use of dispersive networks is recalled. The waveform of signal and the corresponding performances of network are deduced; the problems arising when network frequency response is different from the best one required, are examined; a possible mathematical procedure to calculate the response to input signal from a differently « mismatched » network is given.

Some basic situations are inspected; suitably combining the obtained results, it is possible to study all « mismatching » cases practically encountered.

* * *

