

LUCIA GRUGNETTI (\*) e FRANCESCO SPERANZA (†)

## Riflessioni sul problema Storia e Didattica della matematica (\*\*)

(risposta al Discussion Document per L'ICMI Study sull'argomento)

*È stato l'ultimo lavoro che ho avuto l'onore e il piacere di scrivere con e sotto la guida del grande maestro e amico Francesco Speranza al quale sono estremamente riconoscente. (L.G.)*

### Gli Italiani sono particolarmente interessati

In Italia c'è una tradizione per quel che riguarda gli studi storici. C'è però anche un'altra ragione particolare di questo nostro interesse. Nel 1998 l'Italia «è tornata in Europa» per quel che riguarda la formazione degli insegnanti. A partire dal lontano 1922 lo slogan neo-idealistico «Chi sa può insegnare» ha dominato ed ha implicato che chiunque abbia una laurea possa insegnare.

Una legge promulgata nel 1990, però, istituisce un corso post laurea per l'abilitazione all'insegnamento, nonché la laurea per i Maestri. C'è un accordo pressoché unanime sulla presenza nei curricula di *didattica, storia ed epistemologia* (specifiche). Siamo pertanto particolarmente interessati ai risultati dell'ICMI Study. La questione centrale è: «Quale storia (e quale epistemologia) sono appropriati per la didattica?»

In questa nota *epistemologia* sarà considerata quasi equivalente alla *filosofia*.

### Didattica, storia ed epistemologia della matematica

La nostra tesi principale è la seguente: nella formazione, didattica, storia ed epistemologia (della matematica) devono costituire un «circolo virtuoso» nel quale

---

(\*) Dipartimento di Matematica, Università, Via D'Azeglio 85, 43100 Parma, Italy.

(\*\*) Ricevuto il 27.1.2000. Classificazione AMS 97 D 20. Questa nota è stata redatta in occasione dell'ICMI Study sul *Ruolo della Storia della Matematica nell'Insegnamento e nell'Apprendimento della Matematica*, tenutosi a Luminy (Marsiglia) nell'aprile 1998. Una versione in inglese è stata pubblicata in *Philosophy of Mathematics Education Journal* 11, 1999.

ognuna di esse giustifica e rafforza le altre. Nell'insegnamento della matematica a livello di scuola secondaria superiore deve esserci una componente storico-epistemologica e, simmetricamente, deve esserci una componente matematica nell'insegnamento della filosofia.

Negli anni ottanta, didattici della matematica di diversi paesi del mondo hanno sentito la necessità di dare un fondamento più sicuro alla ricerca in didattica mediante una riflessione filosofica. Quale filosofia è adatta per questo proposito?

La filosofia deve spiegare il pensiero matematico (non solo a livello della ricerca, ma anche a livello di insegnamento) e il suo sviluppo nel passato: *la filosofia necessita della storia*. Ciò significa che dobbiamo evitare l'identificazione «filosofia della matematica = logica matematica». La nostra filosofia deve guidare e spiegare le scelte educative; deve essere un supporto per una corretta organizzazione dell'insegnamento (si può vedere qui il *principio di identità* di Ferdinand Gonseth). Deve essere aperta a nuove riflessioni (*il principio di rivisibilità* di Gonseth). Una tale filosofia può essere *non-assolutista* (Confrey, Ernest). Tradizione collegata alle «rivoluzioni» delle geometrie non euclidee e di Einstein (Gauss, Riemann, Clifford, Poincaré, Enriques, Einstein, Weyl, Bachelard, Gonseth, ...), e ripresa da Popper e la sua scuola (Kuhn, Feyerabend, Lakatos).

A quale storia fare riferimento? C'è una *storia dei documenti* e una *storia delle idee*. La seconda necessita della prima, ma didattica ed epistemologia necessitano della seconda. Si possono trovare esempi di tali approcci negli scritti di Koyré, Mach, Enriques, Crombie, De Santillana, Kuhn, ...; vi si trovano ottime sintesi, confronti tra diversi momenti del pensiero scientifico e filosofico, collegamenti interdisciplinari e talvolta anche principi storiografici eterodossi:

«La storia del pensiero scientifico deve essere riscritta, tenendo conto lo sviluppo della scienza» (Bachelard).

«La storia è costruita a *priori*, salvo cambiare le costruzioni se non corrispondono ai testi e ai documenti...» (Enriques).

In queste considerazioni svilupperemo insieme la prospettiva storica e quella filosofica. La storia necessita di alcune premesse filosofiche: «La storia senza la filosofia è cieca, la filosofia senza la storia è vuota» (Kant).

### **Risposte ad alcune domande del documento preparatorio dell'ICMI Study**

#### **1 - Che influenza ha il livello di istruzione degli studenti sul ruolo della storia della matematica?**

Gli allievi che si confronteranno esplicitamente con questi problemi dovrebbero essere, o diventare, capaci di capire «il valore culturale» della matematica. La

dimensione storico-epistemologica della matematica permette lo sviluppo di questi valori. *Sarebbe interessante studiare come gli allievi nel loro primo anno di scolarità costruiscono una consapevolezza indiretta di tali valori.*

Temiamo che gli studenti di tutti i livelli scolari vengano abbagliati solo dalle novità tecnologiche. Un altro pericolo è la riduzione della storia a qualche aneddoto; se questi non vengono inseriti in un contesto culturale sono quasi inutili. È importante collocare *la matematica in un contesto generale della conoscenza*; purtroppo oggi è piuttosto frequente la scelta contraria (si veda ad esempio l'Introduzione di Bourbaki agli *Elements*).

## **2 - A quale livello diventa rilevante un insegnamento specifico in storia della matematica?**

Un insegnamento separato di storia e filosofia della matematica è consigliabile solo all'università. Bisogna comunque tener presente l'opinione di coloro (es. Lakatos) per i quali questo è fattibile.

Riflessioni epistemologiche (in matematica e in altri ambiti) possono cominciare dallo stadio del «pensiero formale» (verso i quattordici anni). Riflessioni storiche possono cominciare prima, ma la storia non può ridursi a racconti.

## **3 - Quali sono le funzioni di un corso in storia della matematica per insegnanti?**

Gli insegnanti, anche quelli che non insegneranno questi aspetti esplicitamente, devono avere nel loro curriculum un'educazione storico-epistemologica; forse la soluzione migliore sarebbe quella di una parziale integrazione di entrambe. È nostra opinione che questo sarebbe auspicabile per tutti i *matematici*.

Il ruolo della storia e della filosofia nell'educazione deve essere analizzato in modo diverso per i diversi livelli scolari; un corso post laurea può più facilmente organizzare questi insegnamenti. «La storia dei fondamenti e le concezioni della dimostrazione» potrebbero essere buoni argomenti, ma non i soli.

## **4 - Che rapporti ci sono fra gli storici della matematica e coloro il cui interesse principale è l'uso della storia della matematica nella didattica della matematica?**

In Italia, una parte di storici della matematica non sono interessati ai problemi educativi, altri per contro sono anche «didattici». Gli epistemologi della matematica (con una formazione preminentemente matematica) sono in genere interessati alla didattica, in particolare per il fatto che il recente revival della epistemologia

ha anche una motivazione educativa. In generale i didattici della matematica sono almeno consci dell'importanza della storia e della epistemologia. Coloro che sono anche storici ed epistemologi sono in netta minoranza.

Potrebbe sorgere una difficoltà: i «paradigmi» della ricerca storica ed epistemologica accettati dalle rispettive comunità potrebbero non essere adatti alla ricerca didattica. Peraltro è molto importante che ci siano ricercatori in didattica che siano anche coinvolti nella ricerca storica e epistemologica.

A livello universitario didattica, storia ed epistemologia della matematica figurano in un unico raggruppamento. Questo fatto è tutt'altro che banale, ad esempio, per ciò che riguarda il reclutamento di docenti e ricercatori e incoraggia studi interdisciplinari.

**5 - Le diverse parti del curriculum dovrebbero coinvolgere la storia della matematica in modi differenti?**

In generale *sì*. Per esempio la geometria può offrire molti spunti di riflessione in virtù della sua lunga storia e dei cambiamenti avvenuti nel corso dei secoli. Sarebbe necessario riflettere sul suo ruolo visto che il suo peso nei curricula è stato, negli ultimi anni, notevolmente ridotto (anche in Italia dove un tempo era «una gloria nazionale»). Il ruolo della dimensione storica e epistemologica è fondamentale per un «ritorno alla geometria».

**6 - L'esperienza dell'insegnare e apprendere la matematica in differenti parti del mondo, o in differenti gruppi culturali in contesti locali, pone problemi differenti per quanto concerne la storia della matematica?**

Ricordiamo l'idea di «civiltà» (Uno Studio della Storia) di A. Toynbee: la scienza è stata quasi esclusivamente dominio ellenico e occidentale. Ciò nonostante potrebbe essere interessante studiare alcune concezioni di altre civiltà (per esempio nei riguardi dei concetti di spazio e di tempo) per riflettere su come il pensiero scientifico potrebbe essersi sviluppato.

Ricordiamo anche la tesi di Shapir-Whorf: ogni linguaggio (o meglio ancora, ogni gruppo di linguaggi) contiene in se stesso una concezione del mondo. Per esempio, l'uso di metafore spaziali per esprimere concetti non-spaziali sembra essere una caratteristica di certi linguaggi; d'altra parte, alcune popolazioni non hanno un'idea adeguata del futuro poiché, nelle loro lingue, non c'è il tempo futu-

ro. Comunque, quando un individuo di una popolazione di lingua radicalmente diversa dalla nostra impara una di queste è capace di imparare i nostri concetti di base.

**8 e 9 - Quali sono i rapporti tra il ruolo o i ruoli che attribuiamo alla storia e i modi di introdurla o usarla nella didattica? Quali sono le conseguenze per l'organizzazione e la pratica didattica?**

La storia e l'epistemologia possono darci significativi suggerimenti per un insegnamento della matematica «più umano». Gli allievi potrebbero capire i problemi principali connessi con la costruzione storica della matematica e il suo ruolo nella cultura. Si pensi al concetto di spazio, alle assiomatizzazioni della geometria, allo sviluppo dell'analisi, alle geometrie non euclidee, al simbolismo algebrico e logico. Potrebbe essere messa a punto una lista adeguatamente giustificata (anche se non esaustiva) di argomenti significativi.

**10 - In che modo la storia della matematica può essere utile ai ricercatori in didattica della matematica?**

Possiamo completare l'aforisma kantiano: «La didattica senza la storia e la filosofia è cieca». Queste discipline danno alla didattica i riferimenti di base (ricordiamo *l'epistemologia genetica* di Piaget). Ovviamente altri riferimenti possono provenire dalle «scienze dell'educazione» come la pedagogia, la psicologia, la didattica generale, la sociologia e così via.

**11 - Quali sono le esperienze nazionali a proposito dell'incorporare la storia della matematica nei programmi di insegnamento nazionali e nelle linee-guida politiche centrali?**

In Italia, all'inizio del ventesimo secolo, molti matematici erano sensibili ai problemi storici ed epistemologici. Il cosiddetto «neo-idealismo», supportato dal fascismo, «sanzionava» però una divisione tra le due «culture». Nelle nostre scuole superiori la Riforma Gentile (1923) fu marcata dai principi neo-idealisti. «Le discipline umanistiche» sono state pensate da un punto di vista storico; in matematica questo punto di vista è stato ignorato (e il passato era tacitamente considerato come una serie di misconcetti). Inoltre, «riflessioni» sulle scienze (e sugli scienziati) erano esplicitamente banditi da Gentile.

In questi ultimi anni c'è stato un rinnovato interesse per i temi storici ed epistemologici, specialmente nell'ambito dei Nuclei di Ricerca Didattica.

### Sviluppi futuri

Stiamo programmando ricerche sull'analisi dello sviluppo storico di alcuni argomenti significativi come:

- il concetto di limite,
- il passaggio dalla geometria euclidea (considerata come verità assoluta) ad una molteplicità di geometrie (le geometrie non euclidee, il programma di Erlangen di Klein),

Potrebbero essere utili alcune idee rilevanti, come:

- gli ostacoli epistemologici/didattici,
- le rivoluzioni scientifiche,
- l'ermeneutica (Heidegger, Gadamer). In particolare l'idea di «circolo ermeneutico» (opportunità di tornare a livelli diversi sul medesimo argomento); analisi del linguaggio, per esempio applicandoli allo sviluppo di qualche ambito matematico,
- la decostruzione (Derrida): in una «coppia concettuale» si cerca di superare la preminenza che si è abituati a dare ad uno dei due termini. Campo di studio privilegiato in queste ricerche è la geometria,
- matematica e cultura: rivendichiamo l'importanza della matematica nel panorama culturale, in particolare in connessione con il mondo delle arti visive.

### Bibliografia

- [1] G. BACHELARD, *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, P.U.F., Paris 1951.
- [2] F. ENRIQUES e G. DE SANTILLANA, *Compendio di storia del pensiero scientifico*, Zanichelli, Bologna 1936.
- [3] G. GIORELLO (a cura di), *Introduzione alla filosofia della scienza*, Bompiani, Milano 1994.
- [4] L. GRUGNETTI, *Relations between history and didactics of mathematics*, Proc. 18th PME Conference, vol 1, Lisboa 1994, 121-124.
- [5] F. GONSETH, *L'unité de la connaissance scientifique*, Actes du Congrès Descartes, IX Congrès International de Philosophie, Hermann, Paris 1937.

- [6] L. GRUGNETTI and F. SPERANZA, *Teachers' training in Italy: the state of the art*, Proc. First Italo-Spanish bil. symp. (1994), 205-210.
- [7] L. GRUGNETTI, L. ROGERS et al., *Philosophical, Multicultural, Interdisciplinary Issues*, ICMI Study Book on History in Mathematics Education, J. Fouvel and J. van Maanen Eds., Kluwer Academic Publisher 2000, 39-62.
- [8] L. GRUGNETTI and F. SPERANZA, *General reflections on the problem history and didactic of mathematics: Some answers to the Discussion Document for the ICMI Study on the role of the history of mathematics*, Philosophy of Mathematics Education Journal, **11** (1999).
- [9] T. KUHN, *The Essential tension*, Univ. of Chicago Press, Chicago 1977 (tr. it. «La tensione essenziale», Einaudi Torino, 1985).
- [10] I. LAKATOS, *History of Science and its Rational Reconstructions*, Phil. Papers, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1978, v. 1 (1971), 102-138.
- [11] F. SPERANZA, *History, Epistemology, Didactics: some noteworthy cases*, Proc. First Italo-German bil. symp. on didactics of math., Pavia 1988, 95-107.
- [12] F. SPERANZA, *The role of non-classical geometries for a radical renewal of mathematics teaching*, Proc. First Italo-Spanish bil. symp. (1994), 249-256.
- [13] F. SPERANZA, *Geometry and the development of our culture*; In ICMI Study: C. Mammana (Ed.), Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century. Pre-proc. Catania Conf., Dept. of Math., Univ. of Catania, 1995, 242-245.
- [14] F. SPERANZA, *Perché l'epistemologia e la storia nella formazione degli insegnanti?* Università e scuola, **1** (1996), 70-72.
- [15] F. SPERANZA, *Variazioni su un tema di Wittgenstein, controcorrente*, Atti Conv. 65 anni di Francesco Speranza (D'Amore, Pellegrino, eds), Pitagora, Bologna 1997, 1-8.

### Summary

*In this paper we treat some main points of the the Discussion Document for the ICMI Study on The role of the history of mathematics in Mathematics Education. Our central thesis is that in teacher training, didactics, history and epistemology (of mathematics) must form a «virtuous circle» in which each justifies and strengthens the others. In high-school mathematics teaching, there must be a historical-epistemological component and, symmetrically, a mathematical component in the teaching of philosophy.*

\* \* \*